

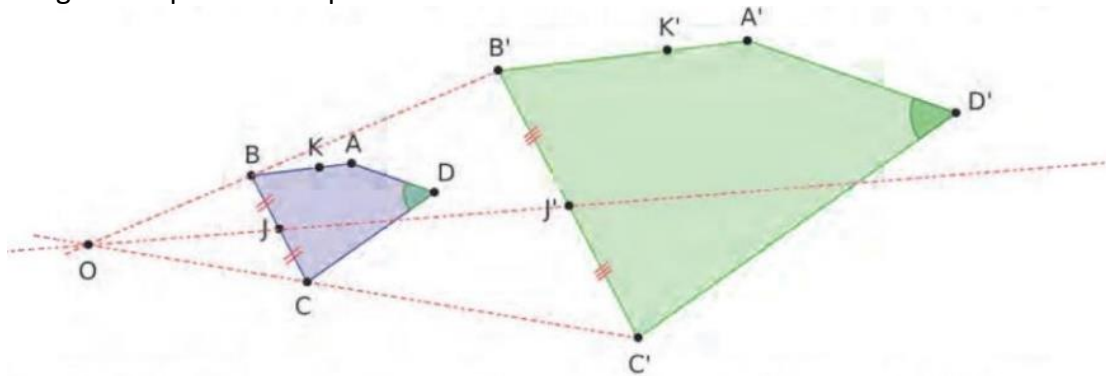
(EG7) : Homothéties

Je sais connaître la définition et les propriétés de l'homothétie.	
Je comprends les effets de l'homothétie sur les aires dans une figure géométrique.	
Je sais identifier des homothéties dans des frises, des pavages et des rosaces.	
Je sais mener des raisonnements en utilisant des propriétés de l'homothétie.	

Transformer une figure par une homothétie de centre O et de rapport k , c'est
.....en faisant glisser ses points le long de droites passant par O .

Exemple :

Image d'un quadrilatère par une homothétie de centre O



Remarque :

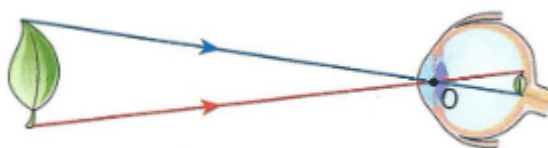
La figure initiale et son image sont des figures semblables : l'une est agrandissement ou réduction de l'autre ; leurs longueurs sont proportionnelles.

Exemples :

(1) La feuille A5 est l'image de la feuille A6 par l'homothétie de centre O et de rapport $\sqrt{2}$, et ainsi de suite



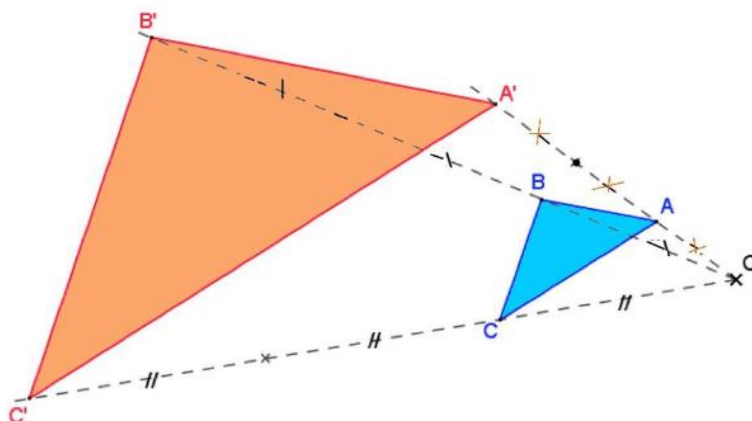
(2) L'image d'un objet formé sur la rétine est une homothétie de centre O et de rapport négatif.



Soit un point O , qu'on appellera centre, et un nombre k , qu'on appellera rapport.
Si A est un point, l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport k est :

- Si k est positif : le point A' appartenant à [.....) tel que $OA' = \dots\dots\dots$
- Si k est négatif : le point A' appartenant à [.....) tel que $OA' = \dots\dots\dots$

Exemple 1 : Homothétie de centre O et de rapport $k = 3$ du triangle ABC .



On commence par relier le point O au point A

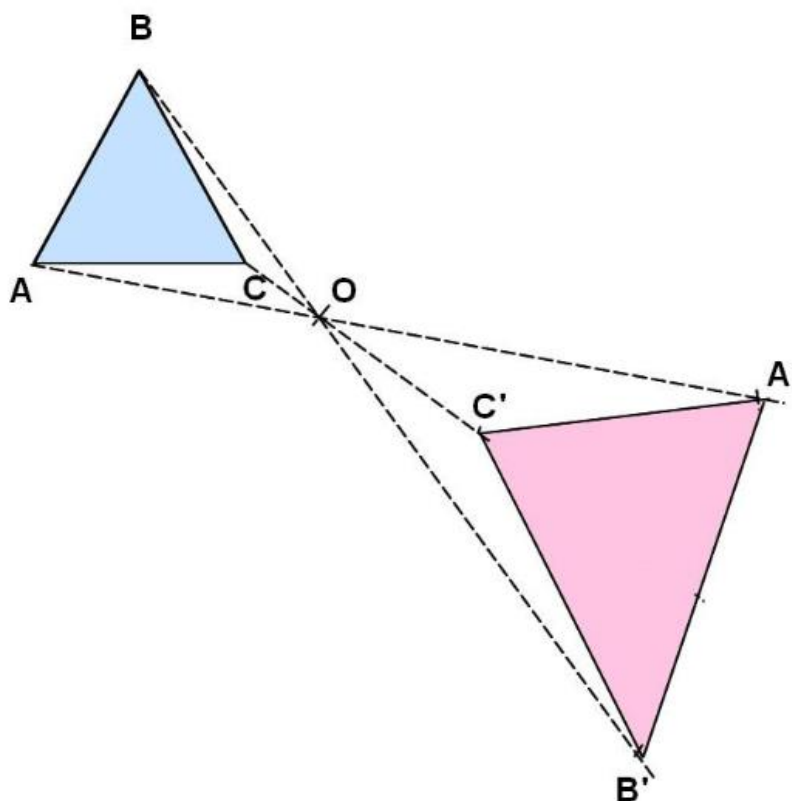
$OA' = \dots\dots\dots$

$OB' = \dots\dots\dots$

$OC' = \dots\dots\dots$

Comme le rapport k est positif, A' , B' et C' , images des points A , B et C , seront respectivement, sur la demi-droite $[OA)$, $[OB)$ et $[OC)$.

Exemple 2 : Homothétie de centre O et de rapport -2 du triangle ABC .



$OA' = \dots\dots\dots$

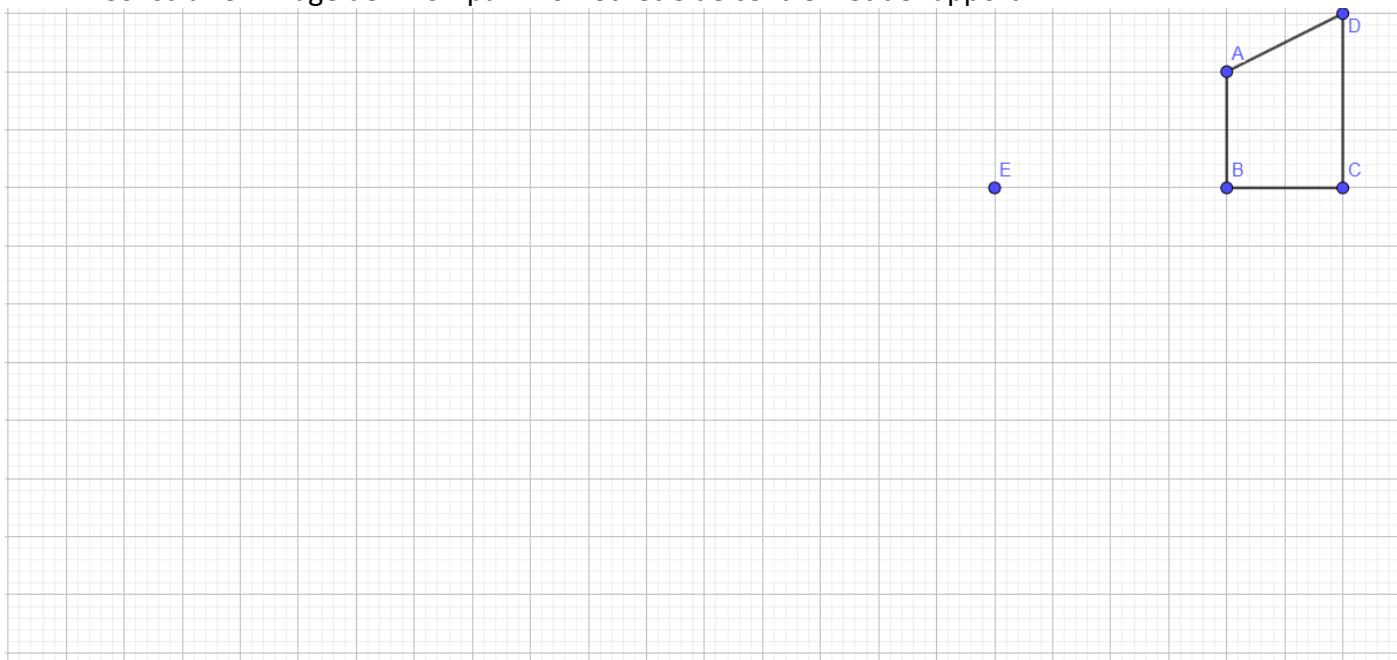
$OB' = \dots\dots\dots$

$OC' = \dots\dots\dots$

Comme le rapport k est négatif, A' , B' et C' , images des points A, B et C, seront respectivement, sur la demi-droite $[AO)$, $[BO)$ et $[CO)$.

Construction :

1. Construire l'image de ABCD par l'homothétie de centre E et de rapport $\frac{1}{4}$.
2. Construire l'image de ABCD par l'homothétie de centre E et de rapport -2 .



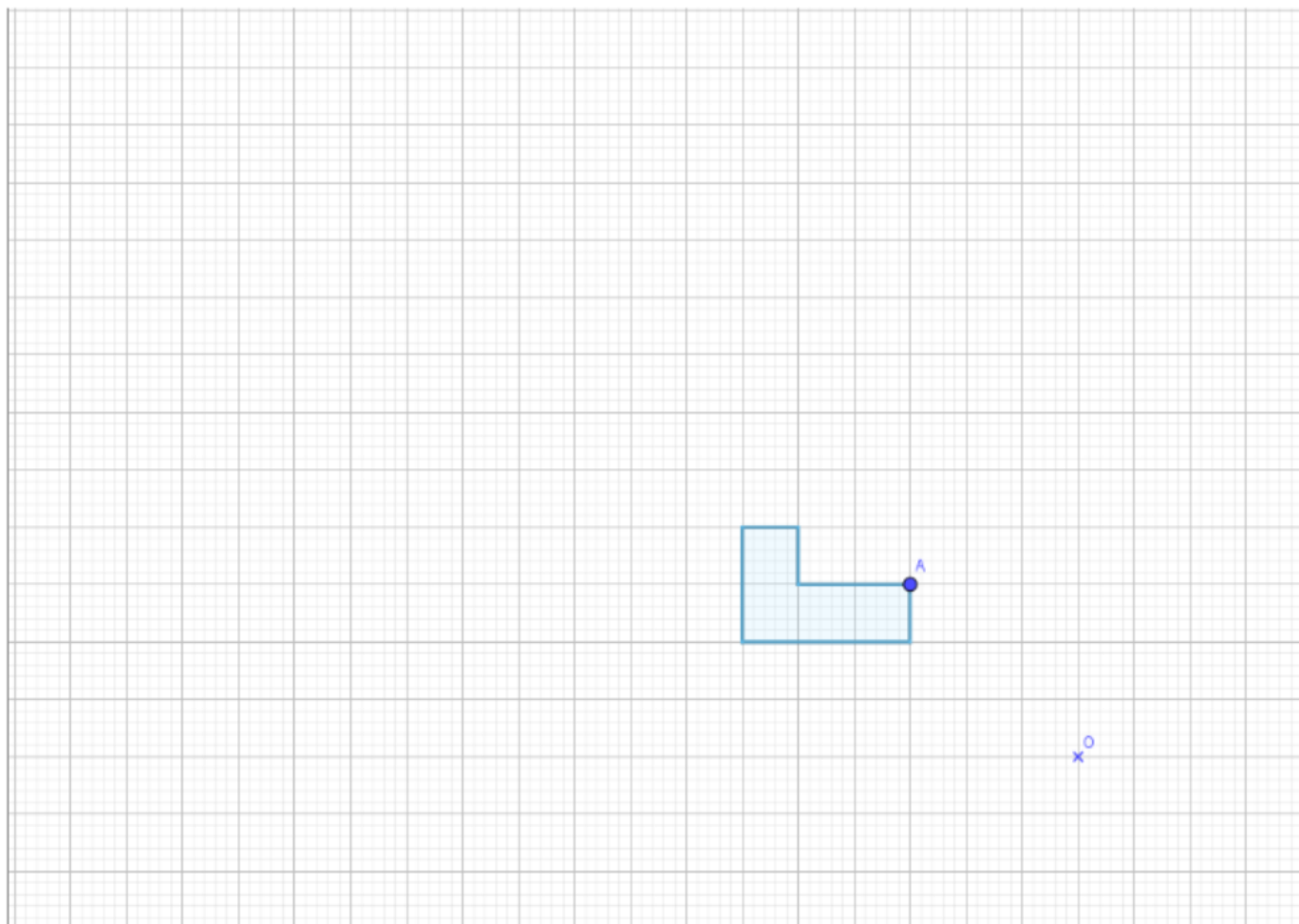
Lors d'une homothétie de rapport k :

- Les mesures des angles sont conservées
- Les longueurs sont multipliées par
- Les aires sont multipliées par
- Les volumes sont multipliés par

Exercices

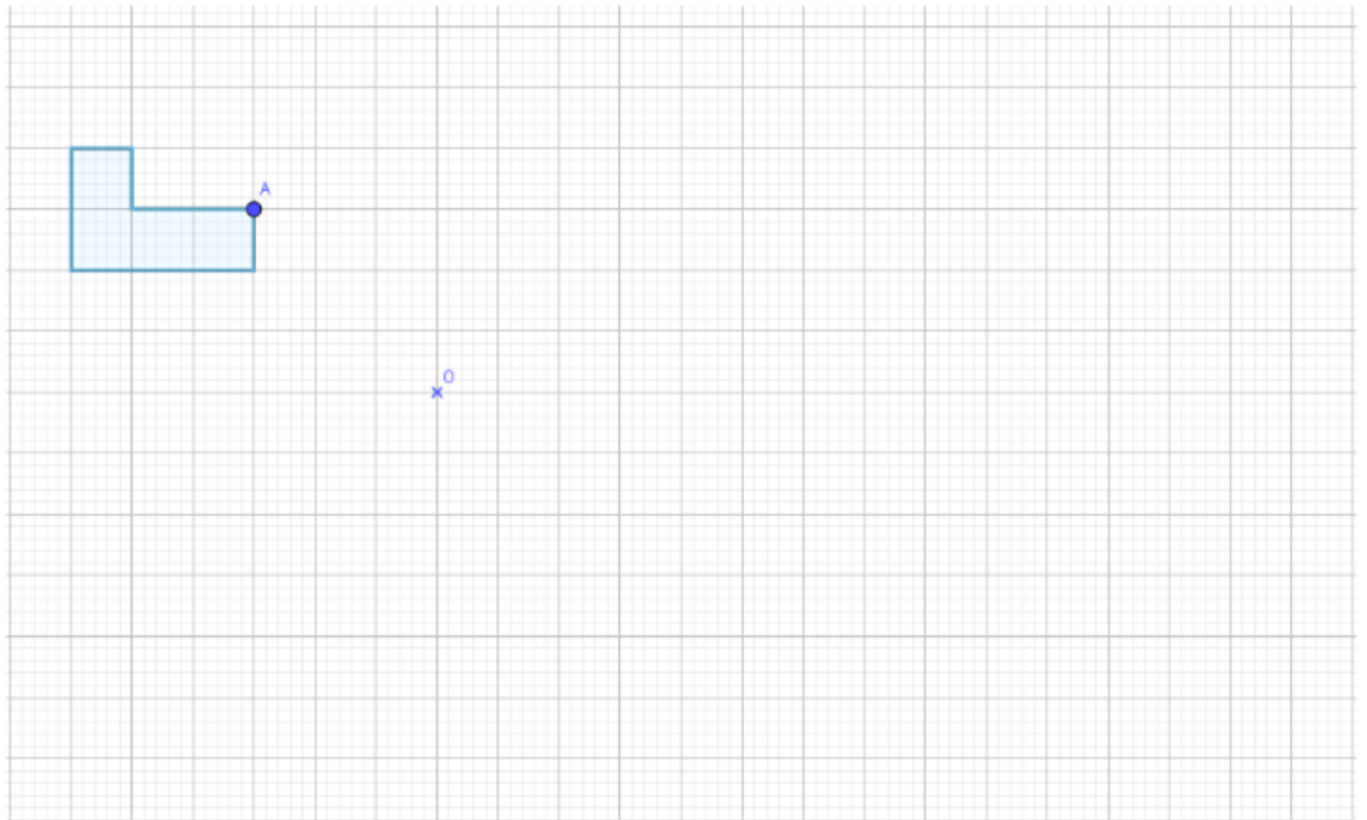
1) L'image de la figure par l'homothétie de centre O et de rapport 3.

$OA' = 3 \times OA$ La figure obtenue est 3 fois plus grande que l'initiale et 3 fois plus loin de O



2) L'image de la figure par l'homothétie de centre O et de rapport -2 .

$OA' = -2 \times OA$ La figure obtenue est 2 fois plus grande que l'initiale, se retourne.
Elle est 2 fois plus loin de O .



3) L'image de la figure par l'homothétie de centre O et de rapport $0,5$.

$OA' = 0,5 \times OA$ La figure est deux fois plus petite que l'initiale et 2 fois plus proche de O

