(F3) : Fonctions affines

Je sais représenter graphiquement une fonction affine.	
Je sais interpréter les paramètres d'une fonction affine suivant l'allure de sa courbe représentative.	
Je sais modéliser un phénomène continu par une fonction.	
Je sais résoudre des problèmes modélisés par des fonctions affines.	

I. Définition

Une fonction affine de coefficient a et b est une fonction qui, à un nombre x, associe le nombre $ax + b$.

Elle se note $f : x \longmapsto ax + b$

$ax + b$ est l'image de x par la fonction f.

Exemples

- La fonction $f : x \longmapsto 5x + 12$ est une fonction affine de coefficient : $a = 5$ et $b = 12$.
- La fonction $g : x \longmapsto \frac{x}{2} - 5$ est une fonction affine de coefficient : $a = \frac{1}{2}$ et $b = -5$.

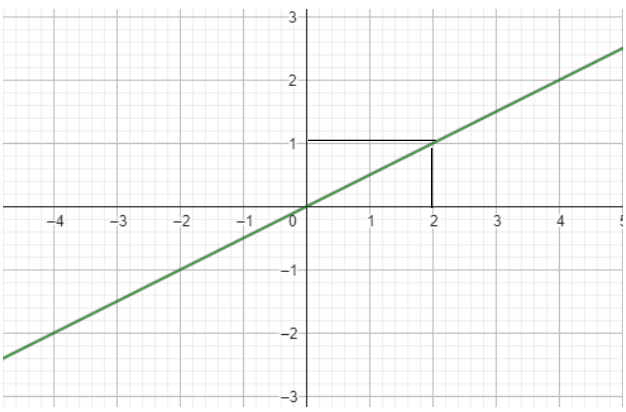
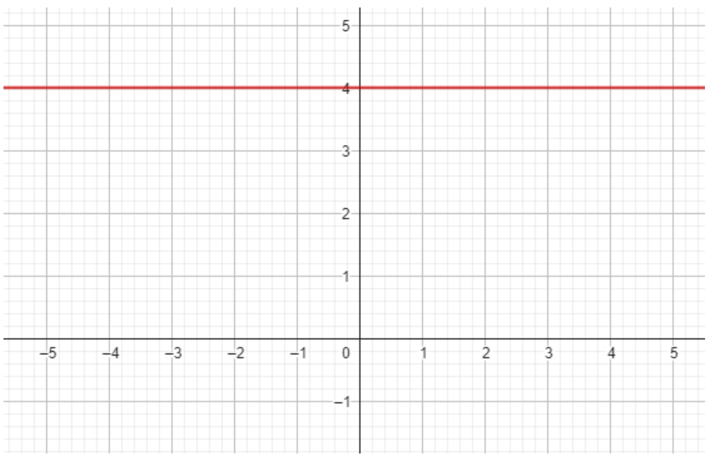
$$g(x) = \frac{1}{2}x - 5$$

- La fonction $h : x \longmapsto -2x^2 + 7$. h n'est une une fonction affine.

Cas particuliers :

Si a = 0, on a $f(x) = b$, on dit que f est une fonction constante.

Si b = 0, on a $f(x) = ax$, on dit que f est une fonction linéaire.

Fonction linéaire	Fonction constante
$f(x) = 0{,}5x$ 	$f(x) = 2$ 

Application :

Le tarif d'une bibliothèque comprend une carte à 8 euros pour l'année plus 1,5 euros par livre emprunté.

1. Quelle est la dépense totale pour x livres empruntés ?
2. Par quelle fonction f est donnée la dépense totale ?
3. Calculer $f(5)$.
4. Déterminer x lorsque $f(x) = 20$.

II. Représentation graphique

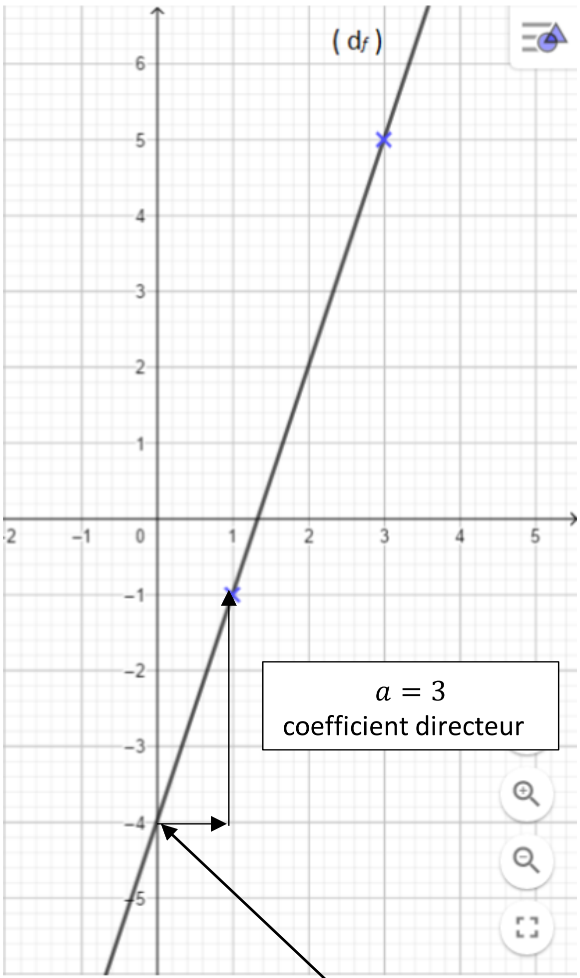
La représentation graphique de la fonction affine $x \longmapsto ax + b$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,; ax + b)$.
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite

a est le coefficient directeur de la droite.
b est l' ordonnée à l'origine.

Remarques : Pour placer dans un repère orthogonal une droite représentant une fonction affine, il suffit de placer 2 points.

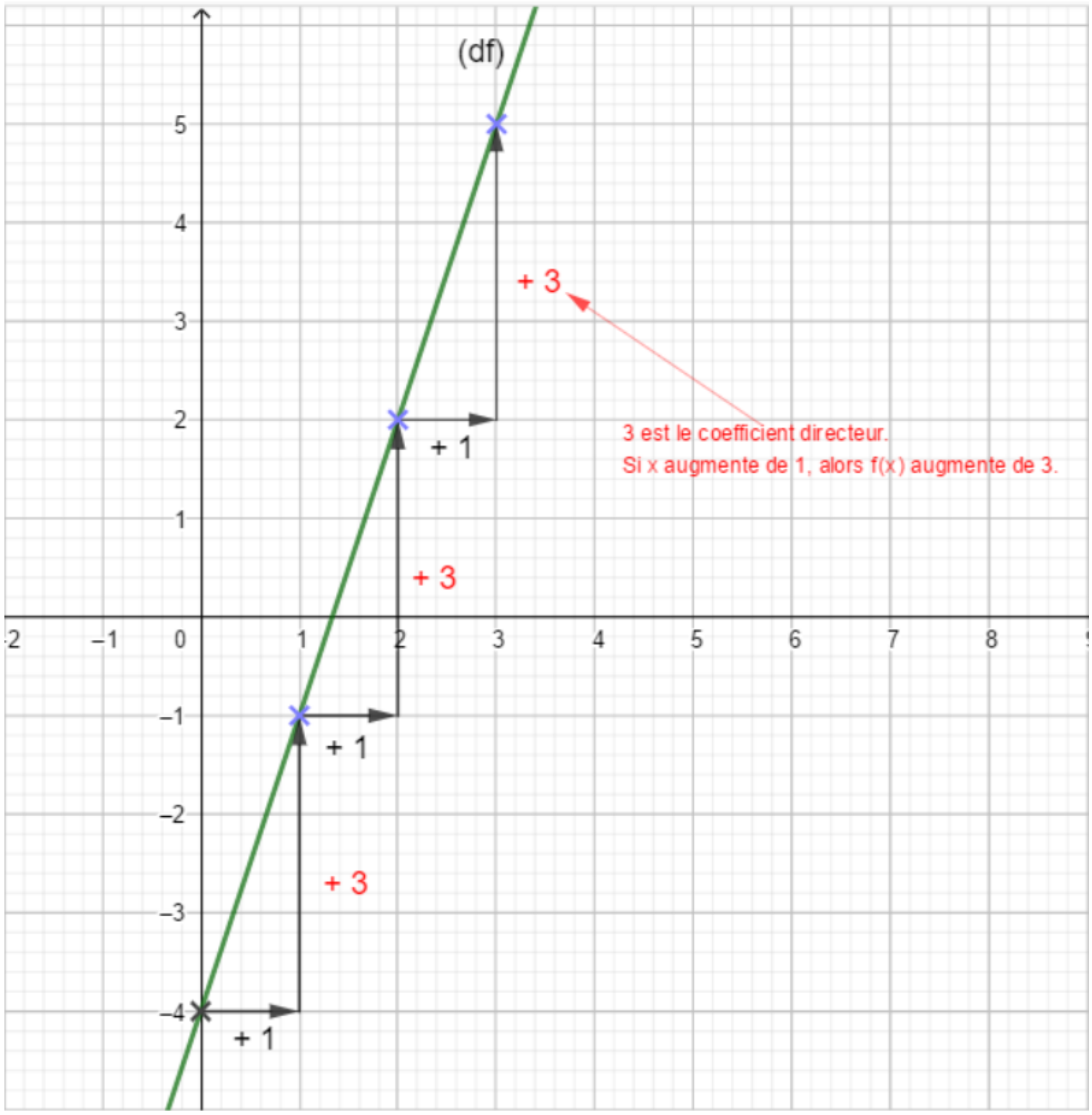
Exemple : $f(x) = 3x - 4$
f est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

x	0	1
$f(x)$	-4	-1



La droite (d_f) représente la fonction affine f

b est l'ordonnée à l'origine.
En effet, on lit b sur l'axe des ordonnées au niveau de l'origine c'est – à – dire x = 0



III. Proportionnalité des accroissements

Propriété : f est une fonction affine telle que $f(x) = ax + b$. Pour tous nombre x_1 et x_2 on a :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Exemple : f est une fonction affine telle que $f(4) = 7$ et $f(2) = 11$. Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

- f est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$
  On cherche a

$$a = \frac{7 - 11}{4 - 2}$$
$$a = -\frac{4}{2}$$
$$a = -2$$

  D'où $f(x) = -2x + b$
- On cherche b
  On a $f(4) = 7$

$$-2 \times 4 + b = 7$$
$$-8 + b = 7$$
$$b = 7 + 8$$
$$b = 15$$

- Conclusion

$$f(x) = -2x + 15$$