

(N9) : Résolutions d'équations et problèmes :

J'introduis une lettre pour désigner une valeur inconnue et met en équation un problème.	
Je teste si un nombre est solution d'une équation.	
Je résous algébriquement une équation du premier degré.	

I. Egalités et opérations

Définition : Une équation est une égalité dans laquelle on trouve un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres.

Exemple :

$x + 7 = 20 - 3x$ est une équation d'inconnue x .

Cette égalité est-elle vérifiée pour $x = 4,5$?

Pour $x = 4,5$

$$x + 7 = 4,5 + 4 = 11,5$$

$$20 - 3x = 20 - 3 \times 4,5 = 20 - 13,5 = 6,5$$

Or $11,5 \neq 6,5$

Donc l'égalité n'est pas vérifiée pour $x = 4,5$.

Définition : Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver toutes les valeurs possibles de x qui vérifie l'égalité. Chacune de ses valeurs est une solution de l'équation.

Exemple : Le nombre 2 est-il solution de l'équation $4x + 5 = 6x - 7$?

Pour $x = 2$

$$G : 4x + 5 = 4 \times 2 + 5 = 8 + 5 = 13$$

$$D : 6x - 7 = 6 \times 2 - 7 = 12 - 7 = 5$$

Donc l'égalité n'est pas vérifiée pour $x = 4,5$.

Propriété 1 : On ne change pas les solutions d'une équation si on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres d'une équation.

Exemples :

$$\begin{aligned} x - 4 &= 20 \\ x + 4 - 4 &= 20 + 4 \\ x &= 24 \\ \text{La solution est } 24. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 + x &= 12 \\ 5 + x - 5 &= 12 - 5 \\ x &= 7 \\ \text{La solution est } 7. \end{aligned}$$

Propriété 2 : On ne change pas les solutions d'une équation si on multiplie ou on divise par un même nombre non nul chaque membre de l'équation.

Exemples :

$$\begin{aligned} -7x &= 21 \\ -7x &= 21 \\ \hline -7 &= -7 \\ x &= -3 \\ \text{La solution est } -3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{8} &= -4 \\ \frac{x}{8} \times 8 &= -4 \times 8 \\ x &= -32 \\ \text{La solution est } -32. \end{aligned}$$

II. Résoudre une équation

On veut résoudre l'équation $x + 7 = 20 - 3x$

$$x + 7 = 20 - 3x$$

On isole les "x" à gauche

$$x + 7 + 3x = 20 - 3x + 3x$$

On réduit les membres

$$4x + 7 = 20$$

On isole les constantes à droites

$$4x + 7 - 7 = 20 - 7$$

On réduit les membres

$$4x = 13$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{13}{4}$$

$$x = \frac{13}{4}$$

La solution est $\frac{13}{4}$.

III. Résoudre un problème

Pierre et Jacques collectionnent des timbres

Pierre dit : « J'en ai 40 de moins que toi ».

Jacques dit : « J'en possède trois fois plus que toi ».

Combien de timbres possède Pierre ?

1) Choix de l'inconnue

Soit x le nombre de timbres de Pierre.

2) Mise en équation

Jacques a $x + 40$ ou $3x$ timbres.

$$x + 40 = 3x$$

3) Résolution de l'équation

$$x + 40 = 3x$$

$$x + 40 - 3x = 3x - 3x$$

$$-2x + 40 = 0$$

$$-2x + 40 - 40 = 0 - 40$$

$$-2x = -40$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-40}{-2}$$

$$x = 20$$

4) Conclusion

Pierre a 20 timbres.