

(N6) : Nombres premiers – fractions irréductibles

| | |
|---|--|
| Je sais décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation). | |
| Je sais simplifier une fraction pour la rendre irréductible. | |
| Je sais modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes...) | |

I. Nombres premiers

Définition : Un nombre premier est un nombre entier positif qui a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemple : 2 est un nombre premier. Il a 2 diviseurs 1 et 2.

Remarques :

- 0 n'est pas un nombre premier car il a une infinité de diviseur.
- 1 n'est pas un nombre premier car il a un seul diviseur.
- 2 est le seul nombre pair premier.

TABLEAU NOMBRES PREMIERS

II. Décomposition en produit de facteurs premiers

$$17 \times 23 = 391$$

Propriété : Tous les nombres entiers supérieurs ou égaux à 2 se décomposent en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique.

Exemples :

| Méthode 1 | Méthode 2 |
|---|--|
| $46 = 2 \times 23$ | $\begin{array}{c c} 46 & 2 \\ 23 & 23 \\ \hline 1 & \end{array}$ $46 = 2 \times 23$ |
| $105 = 5 \times 21$ $105 = 5 \times 3 \times 7$ $105 = 3 \times 5 \times 7$ | $\begin{array}{c c} 105 & 5 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ \hline 1 & \end{array}$ $105 = 3 \times 5 \times 7$ |
| $2100 = 21 \times 100$ $2100 = 3 \times 7 \times 10 \times 10$ $2100 = 3 \times 7 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$ $2100 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ | $\begin{array}{c c} 2100 & 2 \\ 1050 & 2 \\ 525 & 5 \\ 105 & 5 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ \hline 1 & \end{array}$ $2100 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ |

III. Simplification de fractions

Simplifier

$$A = \frac{84}{105}$$
$$A = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7}{3 \times 5 \times 7}$$
$$A = \frac{4}{5}$$

$$B = \frac{27}{48}$$
$$B = \frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}$$
$$B = \frac{9}{16}$$

$$C = \frac{180}{450}$$
$$C = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

$$84 = 42 \times 2$$

$$84 = 7 \times 6 \times 2$$

$$84 = 7 \times 2 \times 3 \times 2$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$27 = 3 \times 9 = 3 \times 3 \times 3$$

$$48 = 6 \times 8 = 2 \times 3 \times 2 \times 4 = 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$180 = 18 \times 10 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5$$

$$450 = 45 \times 10 = 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$