(EG1) : Théorème de Thalès

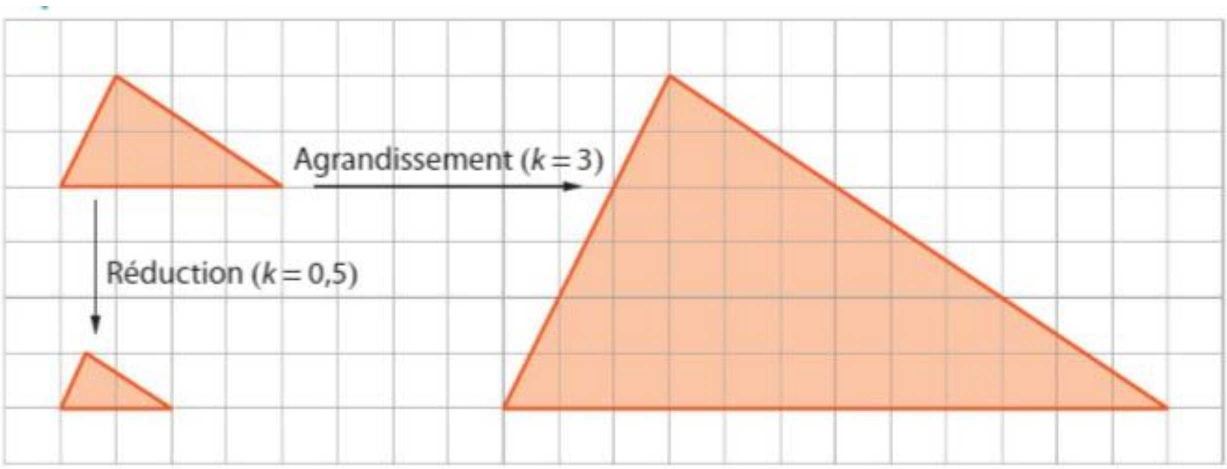
Je sais utiliser le théorème de Thalès.	
Je sais utiliser la notion de triangles semblables	
Je sais utiliser les notions d'agrandissement et de réduction	
Je sais résoudre des problèmes en utilisant la proportionnalité en géométrie dans le cadre de certaines configurations ou transformations.	

I. Agrandissement, réduction

Définition : Une figure est un agrandissement ou une réduction d'une autre lorsque leurs longueurs sont proportionnelles.

Le coefficient de proportionnalité est appelé rapport de l'agrandissement ou de la réduction et on le note k.

Si $k > 1$, alors c'est un agrandissement	**Si $0 < k < 1$ alors c'est une réduction**



Exemple 1 :

Longueur figure initiale en cm	4	6
Longueur figure agrandie en cm	6,4	

On calcule le rapport d'agrandissement

$$k = \frac{longueur\ de\ la\ figure\ agrandie\ ou\ réduite}{longueur\ de\ la\ figure\ initiale}$$

$$k = \frac{6,4}{4}$$

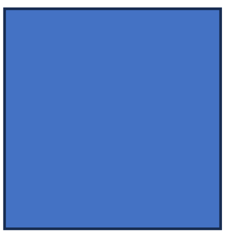
$$k = 1,6$$

Le rapport d'agrandissement est 1,6

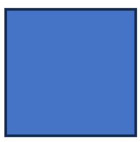
Attention : Il n'y a pas d'unité à un rapport d'agrandissement ou réduction.

Exemple 2 :

5cm



3,5cm



$$k = \frac{longueur\ de\ la\ figure\ agrandie\ ou\ réduite}{longueur\ de\ la\ figure\ initiale}$$

$$k = \frac{3,5}{5}$$

$$k = 0,7$$

Le rapport de réduction est 0,7

Propriété : Dans un agrandissement ou une réduction, les mesures d'angles sont conservées.

Propriété : Soit k un nombre strictement positif. Lorsque toutes les longueurs d'une figure sont multipliées par k :

- **Les aires sont multipliées par k^2**
- **Les volumes sont multipliés par k^3**

II. Triangles semblables

Définition : Deux triangles sont semblables lorsque leurs côtés sont deux à deux proportionnels.

Exemple :

Triangle 1 : 5cm ; 6cm ; 8 cm
Triangle 2 : 7,5cm ; 9cm ; 12cm

Longueur en cm triangle 1			
Longueur en cm triangle 2			

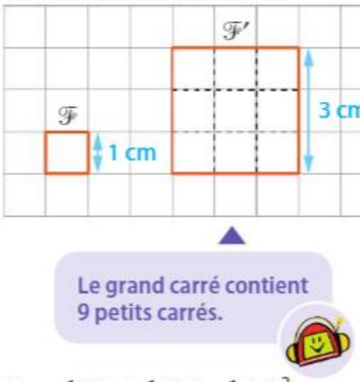
Calculs :

Les quotients sont ________________________.
Donc les côtés des deux triangles sont proportionnels deux à deux, et les triangles 1 et 2 sont semblables.

Propriété : Si les angles de deux triangles sont deux à deux de même mesure alors ces triangles sont semblables.

Exemple 1

On réalise un agrandissement de rapport 3 d'un carré de 1 cm de côté.



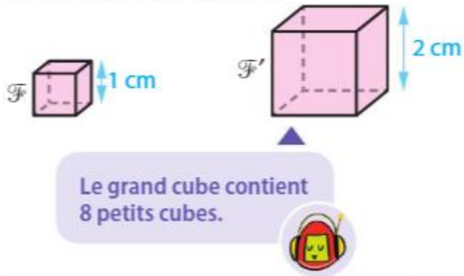
$\text{Aire}_{\mathcal{F}} = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^2$

$\text{Aire}_{\mathcal{F}'} = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$

La longueur de chaque côté a été multipliée par 3, l'aire a été multipliée par 3^2, donc par 9.

Exemple 2

On réalise un agrandissement de rapport 2 d'un cube de 1 cm de côté.

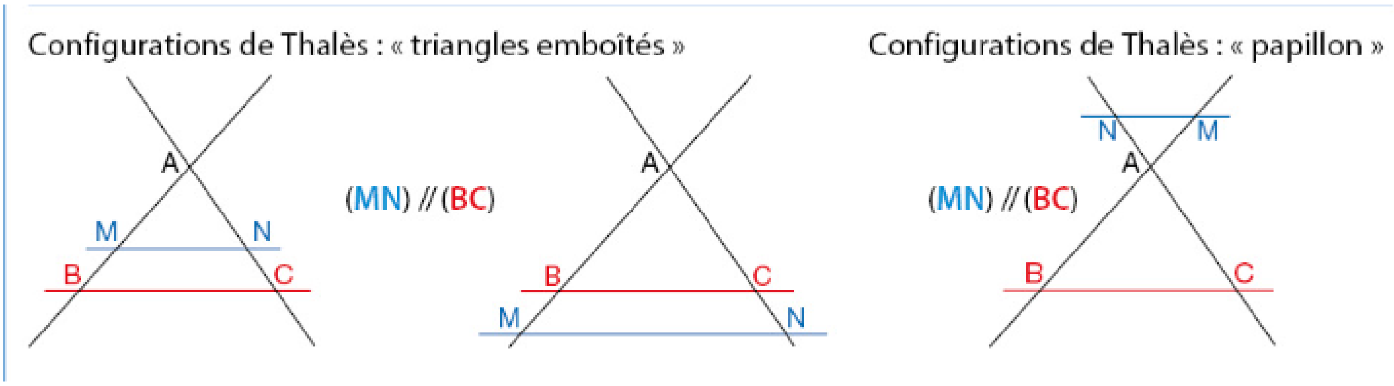


$\text{Volume}_{\mathcal{F}} = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^3$

$\text{Volume}_{\mathcal{F}'} = 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^3$

La longueur de chaque arête a été multipliée par 2, le volume a été multiplié par 2^3, donc par 8.

III. Théorème de Thalès.



Théorème : Si deux droites (BM) et (CN) sécantes en A sont coupées par deux droites parallèles (BC) et (MN) alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Remarque : Les longueurs des côtés des triangles AMN et ABC sont proportionnelles.

Le triangle ABC est une réduction du triangle AMN de rapport $k = \frac{AB}{AM}$

Les triangles ABC et AMN sont semblables.

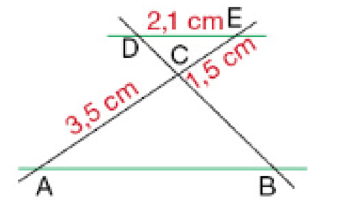
IV. Calculer une longueur

Sur cette figure :

Les droites (DB) et (EA) se coupent en C

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

Calculer la longueur AB.



On sait que :

- Les droites (DB) et (AE) sont sécantes en C
- Les points D, C et B sont alignés
- Les points E, C et A sont alignés
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

D’après le théorème de Thalès
On a :

D’où

On calcule AB