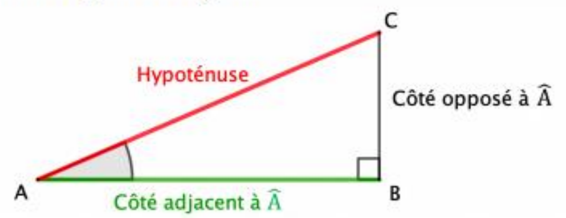
(EG5) : Trigonométrie (1)

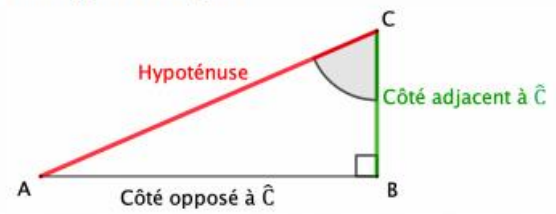
Je connais les lignes trigonométriques du triangle rectangle: cosinus, sinus et tangente.	
Je sais calculer une longueur dans un triangle rectangle.	

I. Vocabulaire

Par rapport à l'angle $\widehat{A}$:

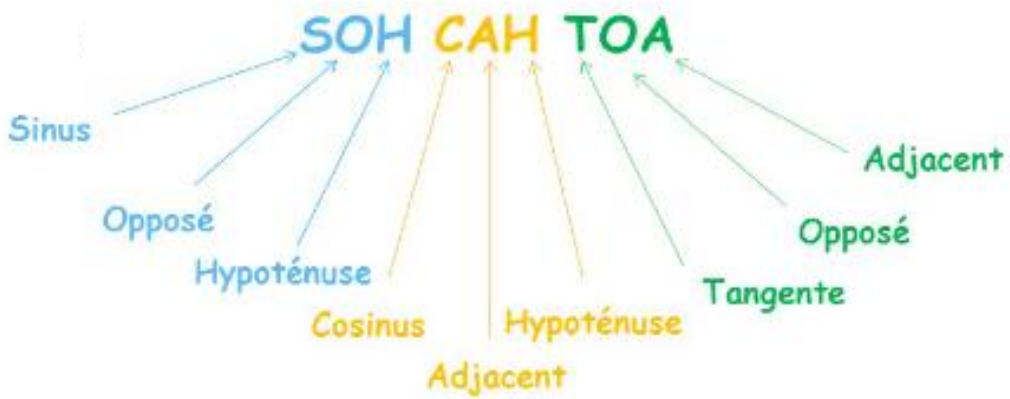


Par rapport à l'angle $\widehat{C}$:



II. Relations trigonométriques

Remarque : Pour obtenir les trois formules, on peut utiliser le mot



$$sinus(angle\ aigu) = \frac{côté\ opposé\ à\ l'angle}{hypoténuse}$$

$$cosinus(angle\ aigu) = \frac{côté\ adjacent\ à\ l'angle}{hypoténuse}$$

$$tangente(angle\ aigu) = \frac{côté\ opposé\ à\ l'angle}{côté\ adjacent\ à\ l'angle}$$

Exemple : Dans le triangle ABC rectangle en B.

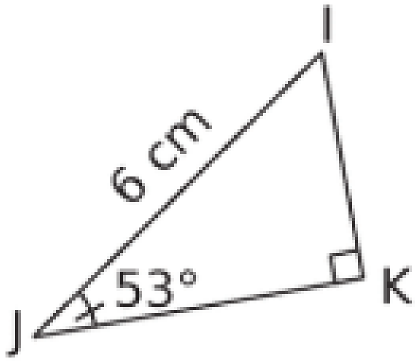
$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AB}$$

III. Applications

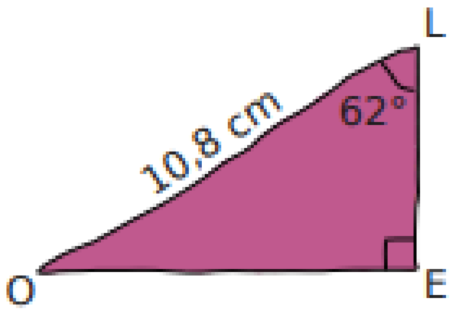
Application 1 :
Calculer JK.



Dans le triangle IJK rectangle en K

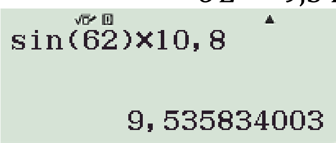
$$\cos(\widehat{IJK}) = \frac{JK}{IJ}$$
$$\cos(53°) = \frac{JK}{6}$$
$$JK = \cos(53°) \times 6$$
$$JK \approx 3{,}61\ cm$$

Application 2 :
Calculer OE.

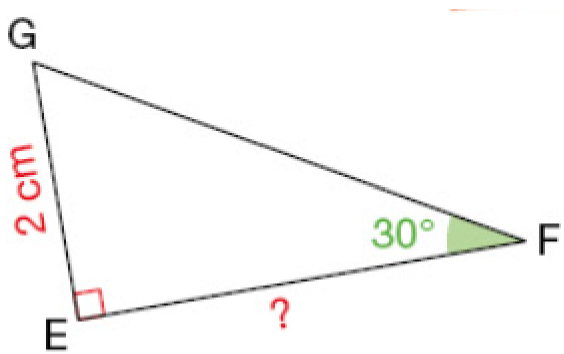


Dans le triangle LEO rectangle en E

$$\sin(\widehat{ELO}) = \frac{OE}{LO}$$
$$\sin(62°) = \frac{OE}{10{,}8}$$
$$OE = \sin(62°) \times 10{,}8$$
$$OE \approx 9{,}54\ cm$$



Application 3 :
Calculer EF



Dans le triangle EFG rectangle en E

$$\tan(\widehat{EFG}) = \frac{EG}{EF}$$
$$\tan(30°) = \frac{2}{EF}$$
$$EF = \tan(30°) \times 2$$
$$EF \approx 3{,}46\ cm$$

Remarque : Le cosinus, le sinus et la tangente sont des nombres positifs

- $0 \leq cos \leq 1$
- $0 \leq sin \leq 1$

IV. Relation entre sinus, cosinus et tangente

Quelque soit le triangle ABC rectangle en B

$$(1)\cos^2(\hat{A}) + \sin^2(\hat{A}) = 1$$

$$(2)\tan(\hat{A}) = \frac{\sin(\hat{A})}{\cos(\hat{A})}$$

Démonstrations :

(1) Dans le triangle ABC rectangle en B

$$\cos^2(\hat{A}) + \sin^2(\hat{A}) = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BC}{AC}\right)^2$$

$$\cos^2(\hat{A}) + \sin^2(\hat{A}) = \frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2}$$

$$\cos^2(\hat{A}) + \sin^2(\hat{A}) = \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2}$$

D'après le théorème de Pythagore
On a : $AB^2 + BC^2 = AC^2$
Donc :

$$\cos^2(\hat{A}) + \sin^2(\hat{A}) = \frac{AC^2}{AC^2}$$

Ainsi

$$\cos^2(\hat{A}) + \sin^2(\hat{A}) = 1$$

(2) Dans le triangle ABC rectangle en B

$$\frac{\sin(\hat{A})}{\cos(\hat{A})} = \frac{\frac{BC}{AC}}{\frac{AB}{AC}}$$

$$\frac{\sin(\hat{A})}{\cos(\hat{A})} = \frac{BC}{AC} \times \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{\sin(\hat{A})}{\cos(\hat{A})} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{\sin(\hat{A})}{\cos(\hat{A})} = \tan(\hat{A})$$

Application :

$$\cos(a) = 0{,}8$$

1. Calculer $\sin(a)$
2. Calculer $\tan\,(a)$